

Un outil pour la délibération fiscale : l'impôt *abc*

Joseph Enguehard², Gaël Giraud¹, Éric Levieil³ et Mathilde Salin² *

* Auteurs par ordre alphabétique. [Contact](#). [Simulateur](#).

Résumé

Parmi les multiples facteurs de complexité du système fiscal, les barèmes d'imposition par tranches de taux marginal font obstacle à une discussion ouverte et informée de l'imposition. Nous proposons un nouveau barème d'imposition simple, progressif et sans tranches : l'impôt *abc*. En plus de fournir les termes du débat pour une réforme fiscale quelconque, l'impôt *abc* constitue un outil descriptif particulièrement simple permettant d'approximer l'impôt actuel. Chacune des lettres *a*, *b* et *c* correspond à un déterminant simple du taux effectif d'imposition : *a*, le taux d'imposition maximum ; *b*, le revenu imposable minimum, et *c*, un coefficient définissant l'augmentation du taux d'imposition avec le revenu. Dans la présente note, nous montrons à titre d'exemple deux manières de traduire l'impôt sur le revenu actuel en impôt *abc*. De manière générale, le barème *abc* est susceptible d'être appliqué à tout type d'impôt, et est ainsi de nature à renouveler en profondeur la délibération publique autour de l'imposition.

Sommaire

		II Deux exemples d'application de l'impôt <i>abc</i> en lien avec l'impôt sur le revenu français	6
Sortir de la confusion induite par les barèmes par tranches	2	La traduction <i>abc</i> du barème de l'IR	6
I Un nouvel outil : l'impôt <i>abc</i>	2	La traduction <i>abc</i> de l'IR « final »	7
		Abattements, PFU, décote et CEHR	7
		Les <i>a</i> , <i>b</i> , <i>c</i> de l'IR « final »	8
Qu'est-ce que l'impôt <i>abc</i> ?	2	Conclusion : un impôt délibératif ?	8
Comment choisir <i>a</i>, <i>b</i> et <i>c</i> ?	4	Annexe	11
		Méthodologie empirique	11
Pourquoi <i>abc</i> est-il un « bon impôt » ?	5	Détails mathématiques	12

¹Directeur de recherche au CNRS, directeur du Georgetown Environmental Justice Program et Président d'honneur de l'Institut Rousseau. ²Élèves de l'École normale supérieure. ³Développeur informatique. Les opinions exprimées dans le présent document, de même que les erreurs qui pourraient s'y trouver, n'engagent que leurs auteurs et non les institutions auxquelles ils appartiennent.

Sortir de la confusion induite par les barèmes par tranches

La crise du consentement à l'impôt manifestée par le mouvement des gilets jaunes comme la nécessité de financer la transition écologique impliquent de repenser notre système fiscal. Cependant, qui est capable d'énoncer quelle serait concrètement la forme souhaitable de l'impôt ? Parmi les innombrables complexités de son mode de calcul, les barèmes par tranches de taux marginal semblent un des obstacles fondamentaux à son intelligibilité, et donc à une véritable appropriation démocratique du débat fiscal. Quelle que soit son ampleur et l'impôt concerné, une réforme fiscale gagnerait à reposer sur un nouveau type de barème. Nous présentons dans cette note une méthode alternative au barème par tranches, susceptible d'être utilisée pour tout type de réforme fiscale.

Pourquoi les barèmes exprimés en taux marginal d'imposition, utilisés jusqu'à présent pour les impôts progressifs, sont-ils problématiques ? C'est tout d'abord la notion même de taux marginal qui porte à confusion, au point d'être souvent confondue avec celle de taux effectif¹. Or le taux marginal ne s'applique qu'à une partie des revenus compris entre deux seuils. Considérons par exemple le cas de l'impôt sur le revenu français. Si un contribuable touche 20.000 € de revenu net imposable en 2021, il n'acquittera aucun impôt sur son revenu entre 0 et 10.084 €, et 11 % de son revenu entre 10.085 et 20.000 €, soit 1.091 € en tout [3]. Le taux effectif s'élève donc à 5,5 %. Ainsi, confondre le taux marginal de la dernière tranche d'imposition (ici, 11 %) avec le taux effectif (ici, 5,5 %) conduit à surestimer largement l'imposition, et *vice versa*².

Par ailleurs, la **détermination des tranches semble arbitraire** et peut induire des effets de seuil³. Surtout, toute révision d'un barème progressif semble ne pouvoir aller que dans deux sens : plus de progressivité, et donc plus de tranches, *versus* plus de simplicité, et donc moins de tranches⁴. Ainsi, non content d'obscurcir le débat, le mode de calcul par tranches d'imposition contraint *a priori* la réponse à la question politique de la juste répartition de l'impôt. Il

1. Cette confusion est documentée et peut aller dans les deux sens : utiliser le taux effectif comme taux marginal, et *vice versa* [1] [2].

2. Par construction, le taux marginal imposé sur le dernier euro de revenu est toujours supérieur au taux effectif lorsque l'impôt est progressif.

3. Une surconcentration de contribuables au seuil d'une tranche est surtout observée dans le cas où le changement de taux marginal est généré par un crédit d'impôt [4].

4. C'est historiquement cette dernière option qui a prévalu : entre 1986 et 2007, le nombre de tranches de l'IR français est passé de 14 à 5 et le taux marginal de la dernière tranche de 65 % à 40 %.

convient par conséquent de sortir du cadre restrictif des tranches : c'est ce que nous proposons avec l'impôt abc.

Un nouvel outil : l'impôt abc

Qu'est-ce que l'impôt abc ?

L'impôt abc est une idée à la fois ancienne et neuve : ancienne dans la mesure où l'économiste suédois Gustav Cassel a proposé, dès 1901, une formule qui, bien qu'appuyée sur des bases différentes, se révèle équivalente à la formule abc [5] ; idée neuve dans la mesure où, à la connaissance des auteurs, un tel système n'a jamais été mis en place nulle part. C'est surtout une idée relativement naturelle puisqu'un siècle après l'article de Cassel, et en ignorant ce dernier, elle a été redécouverte indépendamment au moins deux fois, par Éric Levieil [6] puis par François-Xavier Martin [7]. L'impôt abc est donné par une formule très simple présentée dans l'Encadré 1, où trois paramètres déterminent le montant de l'impôt associé à une assiette fiscale donnée. Dans cette note, nous focaliserons la discussion sur le revenu d'une personne mais on pourrait considérer aussi bien le patrimoine d'un individu, une empreinte carbone, etc. Les trois paramètres sont appelés *a*, *b* et *c* :

- **a est le taux effectif d'imposition maximal**, c'est-à-dire la part du revenu en impôt qui serait payée par un individu dont le revenu est infini ;
- **b est le revenu imposable minimum**, qui correspond au revenu à partir duquel on commence à payer des impôts et en dessous duquel l'impôt est nul ;
- **c est un terme qui détermine la vitesse d'augmentation du taux d'imposition** avec le revenu. Plus *c* est grand, plus l'augmentation du taux d'imposition est décalée vers le haut de la distribution des revenus⁵, ce qui tend à reporter le poids de l'impôt des revenus moyens sur les revenus élevés. Au contraire, plus *c* est faible, plus ce sont les classes moyennes et les revenus modestes qui supporteront la charge de l'impôt.

Tout un continuum d'impôts de formes variables peut ainsi être représenté à partir de ces trois paramètres, à l'exclusion des impôts régressifs (c'est-

5. Contrairement aux paramètres *a* et *b* qui rendent l'impôt plus progressif à tous les niveaux de revenu, augmenter *c* augmente la progressivité au-dessus d'un certain revenu, et la diminue en dessous. Voir les détails mathématiques en annexe.

Encadré 1

La formule mathématique de l'impôt abc

Elle donne le taux effectif d'imposition $t(r)$ en fonction du revenu r par le calcul suivant :

$$t(r) = a \times \frac{r - b}{r + c}$$

où a est le taux d'imposition maximal, b le revenu imposable minimal et c ajuste l'augmentation du taux avec le revenu. Par définition, l'impôt payé sur le revenu r vaut $r \times t(r)$. Il est cohérent d'appliquer la formule aux revenus supérieurs à b uniquement, et de fixer un impôt nul pour les revenus inférieurs ⁶.

à-dire les impôts pour lesquels le taux d'imposition diminue avec le revenu). La **Figure 1** illustre l'effet de chacun des paramètres sur le taux d'imposition en fonction du revenu. Remarquons qu'augmenter a a pour effet d'augmenter l'impôt de tous les contribuables, quel que soit leur revenu – ce qui, par ailleurs, augmente la recette fiscale. À l'inverse, augmenter b ou c baisse l'impôt à tous les niveaux de revenu, et donc également la recette fiscale. Cependant, a , b et c n'exercent pas leurs effets avec la même intensité sur tous les revenus, et l'influence de chacun des paramètres dépend de la valeur des deux autres.

Considérer les cas particuliers les plus extrêmes de l'impôt abc donne un aperçu immédiat de la grande variété des formes qu'il peut prendre. Par exemple, l'impôt proportionnel (*flat tax*) correspond à $b = c = 0$. C'est le seul cas où le taux maximal, a , est effectivement payé, en l'occurrence par tous les contribuables, ce qui en fait le moins redistributif de tous les impôts abc. En effet, à moins de prélever 100 % des revenus, l'impôt proportionnel ne change pas leurs écarts relatifs, puisqu'il les multiplie sans distinction par $100 - a$ %. A recette égale, tout autre impôt abc sera plus redistributif.

Remarquons également que fixer le taux maximal d'imposition a à 100 % conduit à plafonner le revenu après impôt en dessous d'un revenu maximum $r_{max} = b + c$ (voir l'annexe mathématique). Dans ce cas, $c = r_{max} - b$ correspond à l'écart maximum de revenu entre les contribuables imposables.

Enfin, si l'on se contente de fixer $c = 0$, le taux effectif abc reproduit celui que l'on obtiendrait par un barème à deux tranches de taux marginal : une tranche non imposable jusqu'au revenu b , suivie

6. L'impôt négatif qui résulterait de l'application de la formule aux revenus inférieurs à b présenterait des montants très faibles pour les valeurs pertinentes des paramètres, et serait donc en pratique de peu d'intérêt.

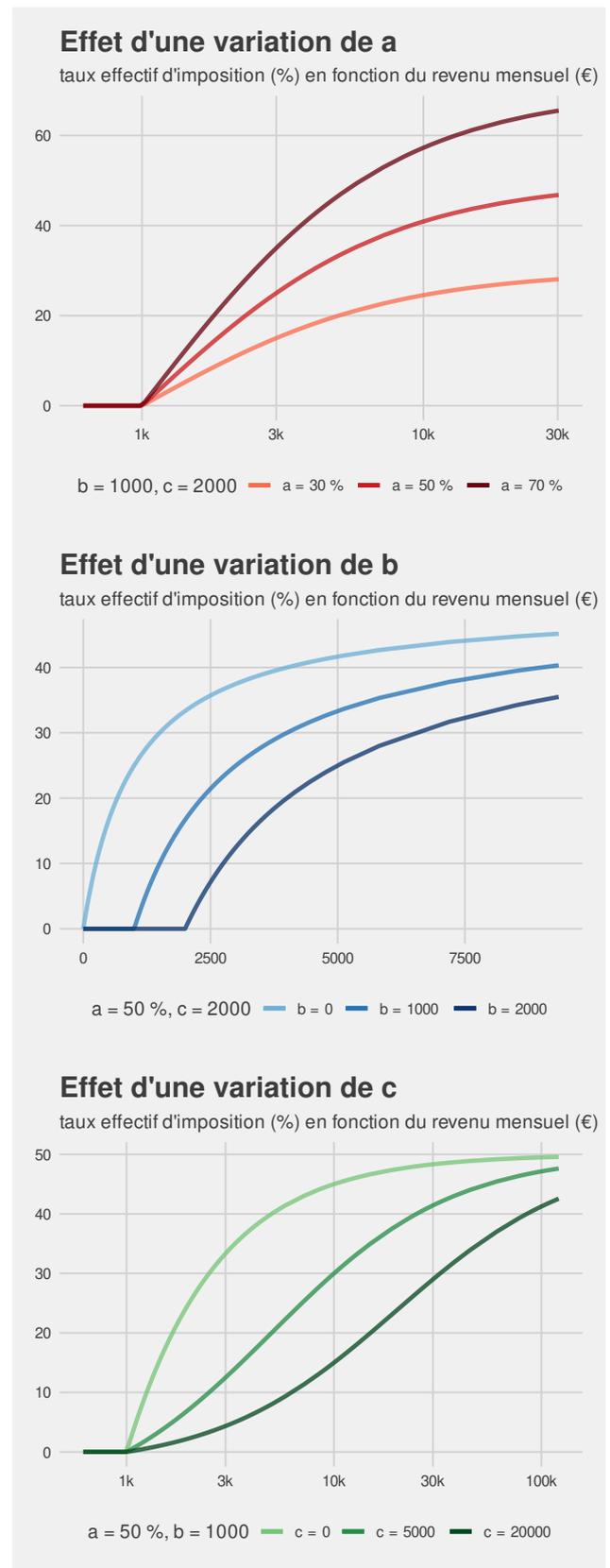


Figure 1. Cette figure montre quelques exemples de la manière dont chaque paramètre fait varier le taux d'imposition en fonction de l'assiette fiscale. À chaque fois, les deux autres paramètres sont maintenus constants. Différentes abscisses (logarithmique et linéaire) sont utilisées. Une version de cette figure avec la même abscisse linéaire pour les trois paramètres est montrée en Annexe (Figure A1).

Encadré 2

Exemple de calcul de l'impôt abc

Si $a = 45 \%$, $b = 840 \text{ €}$ et $c = 4.662 \text{ €}$, ce qui s'approche du barème actuel de l'impôt sur le revenu (voir section II.a), alors un individu dont le revenu mensuel imposable (calculé par l'administration fiscale à partir du revenu déclaré) est de 2.000 € se verra imposé à un taux effectif de

$$t(2000) = 0,45 \times \frac{2000 - 840}{2000 + 4662} = 0,078 = 7,8 \%$$

Par conséquent, le montant d'impôts (mensuel) qu'il devra payer sera de

$$I(2000) = 0,078 \times 2000 = 156 \text{ €}.$$

Cela fait environ 1.872 € d'impôts annuels pour un revenu imposable annuel de 24.000 € .

d'une tranche de taux marginal égal à a . Comme a et b ont des effets antagonistes sur la recette fiscale, fixer la recette implique que plus a est élevé, plus b doit l'être également (la diminution de l'assiette fiscale compensant l'augmentation de l'imposition). Ainsi, pour $c = 0$ et à recette constante, l'impôt sera d'autant plus redistributif que le doublet (a, b) est élevé.

Comment choisir a , b et c ?

Grâce à l'impôt *abc*, la question politique par excellence qu'est celle du choix de notre impôt peut ainsi se formuler de la manière suivante : **quels paramètres a , b et c voulons-nous adopter collectivement ?** Si on considère l'impôt *abc* de manière générale, plusieurs démarches sont possibles pour déterminer a , b et c . La première d'entre elles se passe de tout calcul : il suffit de **choisir les paramètres de manière purement normative**. Dans le cas d'un impôt sur le revenu, les trois questions auxquelles il s'agit de répondre sont relativement intuitives :

a) Quelle est la part maximale du revenu que la collectivité a le droit de prélever avant que l'impôt ne soit jugé confiscatoire ? Ceci permet de déterminer a .

b) Quel est le revenu à partir duquel un individu est en mesure de contribuer à la collectivité, et non plus seulement à ses propres besoins ? On en déduira b .

c) Sachant que le taux d'imposition effectif croît, du taux zéro, pour le revenu égal à b , jusqu'au taux maximal a pour un revenu infini, quel est le revenu pour lequel ce taux doit atteindre la moitié de a ? Ce

revenu unique valant toujours $c + 2b$, le fixer permet en effet de déterminer c .

Dans l'exemple de l'Encadré 2 *supra*, le revenu imposable mensuel de ce « contribuable médian », c'est-à-dire le contribuable imposé à la moitié du taux maximal, s'élève à 6.342 € , et b à 840 € . Par conséquent, c vaut $6342 - 2 \times 840 = 4662$.

Le moins intuitif des paramètres est c , mais ce dernier permet simplement de définir la manière dont l'imposition augmente avec le revenu : un c plus élevé favorise les revenus modestes puisqu'il déplace le « contribuable médian » vers un niveau de revenus plus élevé. En revanche, il réduit la recette fiscale. Et quand $a = 100 \%$, l'interprétation de c devient encore plus directe : une fois b choisi, elle revient à fixer le revenu maximum après impôt, comme remarqué plus haut.

Cette manière d'appréhender *abc* présente l'avantage manifeste d'affranchir la délibération fiscale de sa technicité et de son opacité prohibitives. Toutefois, elle laisse de côté la question de l'impact du choix de ces paramètres sur les recettes de l'Etat. Or il est possible d'adopter un autre point de vue, consistant à **déterminer c comme la variable d'ajustement qui permet d'atteindre une recette voulue une fois a et b choisis**⁷. La difficulté de mise en œuvre pratique de cette manière alternative de choisir c est qu'elle implique de connaître la distribution primaire des revenus, idéalement en prenant en compte à l'avance les effets possibles du changement de l'imposition sur le mode de formation et de distribution des revenus primaires – par exemple, si a passe à 100% , plafonnant ce faisant le revenu après impôt, il y a fort à parier qu'on n'observera plus aucun revenu excédant ce plafond.

Cette stratégie pour choisir a , b et c peut être reformulée en termes de répartition de l'effort fiscal. On commence ainsi par fixer la recette à atteindre (la charge fiscale totale), puis b , qui définit la population de contribuables entre lesquels cette charge doit être répartie. Par exemple, si le but est que tout le monde soit imposable, alors $b = 0$. Reste à choisir a et c . Comme a et c ont des effets antagonistes sur la recette fiscale, fixer b et la recette implique que plus a est élevé, plus c doit l'être également. La façon de répartir la charge fiscale est alors décidée par le biais du doublet (a, c) , l'effort fiscal étant d'autant plus reporté vers les contribuables aisés que ce doublet est élevé.

7. Comme faire varier c fait nécessairement varier la recette (dans le sens inverse), il n'y a qu'un seul c qui, le reste des paramètres fixé, permet de dégager le montant de recettes voulu – sous réserve que la recette ne dépasse pas la recette maximale donnée par $c = 0$. Voir les détails mathématiques en annexe.

Encadré 3

Deux manières de choisir a , b , et c

- Ou bien décider normativement quel doit être le taux d'imposition maximum, le revenu imposable minimum et le revenu imposé à la moitié du taux maximum – ce qui détermine la recette.
- Ou bien décider à l'avance de la recette, qui déterminera c une fois a et b choisis. Plus a est élevé, plus l'impôt est progressif.

Pourquoi abc est-il un « bon impôt » ?

Quatre conditions satisfaites et conciliées par l'impôt abc en font selon nous un « bon impôt », au contraire des barèmes par tranches : simplicité, justice, régularité et modulabilité.

(1) Un impôt simple et compréhensible.

L'impôt abc est exprimé en termes de **taux effectif et non de taux marginal**, afin d'être intelligible par tous⁸. Un petit nombre de paramètres dont le **sens est intuitif** suffisent à déterminer la forme de la courbe de l'impôt abc . Ce nombre de trois peut être comparé aux $2n - 1$ paramètres nécessaires à la formulation d'un barème à n tranches (par exemple cinq taux et quatre seuils pour un barème à cinq tranches comme celui de l'impôt sur le revenu français).

(2) Un impôt juste.

Par construction, le **taux effectif abc ne peut pas diminuer avec le revenu** : c'est une définition possible de la progressivité de l'impôt, que nous appellerons *progressivité faible*. Elle empêche l'impôt d'accroître les inégalités de revenus. Si, à l'inverse, le taux effectif d'imposition d'un individu A était inférieur à celui d'un individu B gagnant moins que A, alors le ratio de leurs revenus serait encore plus grand après qu'avant impôt.

De plus, le **taux marginal abc ne diminue pas non plus avec le revenu**. Ce second critère de progressivité, que nous baptisons *progressivité forte*, est plus exigeant que la progressivité faible. Il garantit qu'il n'existe pas de cas où un individu A, pourtant plus riche qu'un individu B, voit son revenu supplémentaire moins taxé que celui de l'individu B. La progressivité forte peut se justifier par un **principe d'égal sacrifice** inspiré de John Stuart Mill [8] : plus le revenu d'un individu est faible, plus une augmentation

de ce revenu est utile au sens où elle sera davantage dépensée en biens de première nécessité, et donc plus l'imposition de cette augmentation impliquera un sacrifice important pour le contribuable. Priver de cent euros une personne qui en perçoit mille par mois est plus douloureux que de priver de la même somme quelqu'un qui en perçoit un million. Par conséquent, un principe égalitaire élémentaire exige que le taux marginal d'imposition ne diminue jamais avec le revenu⁹.

(3) Un impôt régulier et cohérent.

Tout d'abord, le taux marginal abc est plafonné par le taux effectif maximum a et ne peut donc pas dépasser 100 %, évitant ainsi la situation absurde où une augmentation de revenu avant impôts conduirait à une diminution du revenu après impôts. Par ailleurs, **le taux marginal abc augmente continûment avec le revenu** : si je reçois deux petites augmentations successives de revenu, mon impôt n'augmente pas d'un montant très différent à chaque fois¹⁰. Ce n'est pas le cas avec le barème par tranches, dans lequel le taux marginal augmente par à-coup à chaque nouvelle tranche. Enfin, la continuité de progression du taux marginal avec l'impôt abc garantit que **le taux effectif augmente également continûment avec le revenu**. Ces deux propriétés préviennent les effets de seuil¹¹.

(4) Un impôt modulable.

Une fois le cadre établi, l'approche abc n'impose quasiment aucune contrainte sur le choix du barème, sinon celle de la cohérence¹². Le barème choisi *in fine* aura donc toutes les chances de correspondre fidèlement à l'expression d'un choix social. Le simple jeu des trois paramètres permet de **choisir les formes d'impôt les plus variées possibles**, de la stricte proportionnalité ($b = c = 0$) à la plus grande progressivité (a et c élevés), en passant par

9. Plus précisément, justifier la progressivité forte par le sacrifice égal absolu revient à considérer que l'élasticité de l'utilité marginale du revenu est supérieure à l'unité [9, p. 227]. Par ailleurs, l'impôt abc a bien les propriétés d'un impôt justifiable par le sacrifice égal [10]. Enfin, remarquons que tout impôt fortement progressif l'est également au sens faible. Réciproquement, le taux effectif ne peut croître que si le taux marginal est *globalement* croissant : un impôt faiblement progressif qui ne l'est pas au sens fort est donc un impôt mal fait ou *incohérent*, chaque région de revenu où le taux marginal diminue constituant une anomalie.

10. L'unique exception est lorsque le revenu commence à être imposable. L'empêcher impliquerait d'appliquer également la formule abc aux revenus inférieurs à b (cf. note 6).

11. Autant ceux liés à une discontinuité du taux effectif que ceux liés à une discontinuité du taux marginal. La continuité du taux marginal est plus exigeante que la continuité du taux effectif (voir les détails mathématiques en annexe).

12. Voir note 7 *supra*.

8. Se contenter d'indiquer le taux effectif d'imposition calculé à partir du taux marginal, comme c'est le cas avec le prélèvement à la source de l'impôt sur le revenu français, n'est pas une solution satisfaisante : le mode de calcul de ce taux effectif demeure illisible au profane.

Table 1. Comparaison de l'impôt *abc* avec un barème par tranches de taux marginal.

	<i>abc</i>	barème par tranches	
simplicité	✓	×	Le mode de calcul avec différents taux marginaux n'est pas compris.
justice	✓	✓	À condition que le barème soit progressif.
régularité	✓	×	Le taux marginal « saute » à chaque changement de tranche.
modulabilité	✓	×	Une réforme fiscale implique de redéfinir les taux et les tranches.

l'impôt actuel (voir section suivante). Au contraire, les barèmes actuels mènent le débat dans une impasse en contraignant à choisir entre l'ajout de tranches pour rendre l'impôt plus progressif et leur suppression pour le rendre plus lisible ; à moins que l'on se contente de faire varier les taux marginaux sans changer les tranches : on maintient alors l'opacité du mode de calcul actuel tout en courant le risque d'augmenter les effets de seuil.

A priori, n'importe quel impôt progressif peut être mis sous forme *abc*. Il faut cependant garder à l'esprit que cette formule ne peut apporter de réponse qu'à la question du barème, étant par définition muette quant au mode de calcul de revenu imposable. Par ailleurs, la formule *abc* peut aussi être utilisée pour approximer la forme d'un impôt existant, comme nous allons le montrer.

Deux exemples d'application de l'impôt *abc* en lien avec l'impôt sur le revenu français

Pour illustrer les possibilités d'utilisation de la formule *abc*, nous proposons ici de comparer un impôt emblématique du système fiscal français, l'impôt sur le revenu (IR), avec l'impôt *abc* qui s'en approche le plus – que l'on appellera la traduction ou encore l'approximation *abc* de l'impôt actuel. On calculera cette dernière de deux manières différentes : tout d'abord en considérant uniquement le barème, puis en prenant en compte des dispositifs additionnels comme la décote ou les abattements.

Rappelons que l'IR français est un impôt direct au barème progressif, portant sur l'intégralité des revenus des membres d'un foyer fiscal, et acquitté par un peu moins de la moitié des contribuables [11].

Encadré 4

Traduire un barème par tranches en impôt *abc*

Comment trouver l'impôt *abc* qui soit le plus proche d'un barème par tranches existant ? Si ce dernier n'est pas régressif, ***a* est donné par le taux marginal de la dernière tranche** : en effet, la portion d'un revenu infini imposée dans les premières tranches est négligeable par rapport au reste, si bien que pour un impôt progressif le taux effectif maximal est égal au taux marginal maximal.

Le paramètre ***b* est le seuil de la première tranche de taux marginal non nul**.

Quant à ***c***, on peut le calculer à partir du revenu pour lequel le taux vaut $a/2$ – il n'y a cependant pas de raison *a priori* que les courbes de l'impôt par tranches et de l'impôt *abc* coïncident exactement en ce point. On peut aussi choisir le ***c*** qui minimise l'écart maximum entre les courbes de taux effectif de l'impôt par tranches et de l'impôt *abc*¹³. Si on connaît la distribution des revenus, on peut enfin chercher le ***c*** qui, pour les ***a*** et ***b*** précédents, donne la même recette que l'impôt existant¹⁴.

La traduction *abc* du barème de l'IR

On s'intéresse ici seulement au **barème de l'IR**, indépendamment du mode de calcul du revenu imposable auquel il s'applique. Comme on peut le voir en **Figure 2**, les **taux effectifs issus d'un barème par tranches de taux marginal peuvent être approchés de manière assez fidèle par une courbe *abc*** : en tentant de s'écarter le moins possible de la courbe actuelle, on trouve $a = 45\%$, $b = 840\text{ €}$ et $c = 4.809\text{ €}$; chercher à maintenir la recette fiscale actuelle donne un ***c*** très proche (voir l'Encadré 4 *supra* et la Table 2 *infra*)¹⁵. Il est frappant de voir que parmi les différentes méthodes considérées en Table 2, l'écart de taux effectif entre le barème original de l'IR français et sa traduction *abc* ne dépasse pas deux points de pourcentage. Ainsi, **avant même de définir un nouvel impôt, le trio (*a, b, c*) fournit une caractérisation extrêmement synthétique de l'impôt existant**.

De manière générale, la justesse de l'approximation d'un impôt existant par un impôt *abc* est d'au-

12. Ce critère correspond à la statistique de Kolmogorov-Smirnov (voir les détails mathématiques en annexe).

13. Cela revient à minimiser l'écart entre la courbe de l'impôt par tranches et la courbe *abc* en pondérant la différence entre les deux impôts à chaque niveau de revenu par le nombre de contribuables touchant ce revenu. On peut reprocher à cette pondération de dépendre d'un élément extérieur au barème (la distribution des revenus), mais c'est le seul moyen d'obtenir une recette identique à celle de l'impôt par tranches.

15. Concrètement, un tel impôt *abc* implique que pour un revenu mensuel à quatre chiffres, une augmentation de 10 % du revenu ajoute un point de pourcentage au taux effectif d'imposition.

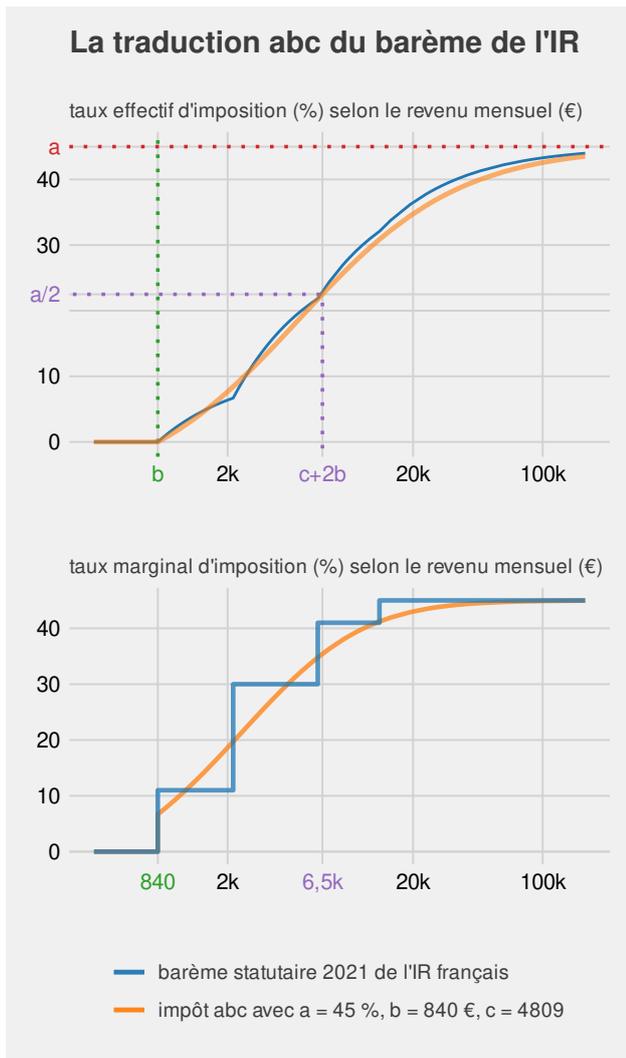


Figure 2. Cette figure compare le barème de l'IR actuel avec l'impôt *abc* qui s'en approcherait le plus, en termes de taux effectif et de taux marginal. c est calculé selon la méthode (2) de la Table 2 (voir l'Encadré 4). On montre aussi le revenu dont le taux effectif d'imposition vaut la moitié du taux maximal, valant toujours $c + 2b$ et qui peut donc servir de paramètre alternatif à c .

tant meilleure que le premier ne s'éloigne pas trop des propriétés de régularité qui font d'*abc* un bon impôt, notamment qu'il soit cohérent (voir note 7) et ne présente pas, par endroits, un taux marginal décroissant. Cette condition est aisément satisfaite lorsque l'on considère les barèmes par tranches avant tout dispositif additionnel (les barèmes statutaires), puisque ces barèmes ont été conçus pour appliquer des taux marginaux croissants.

La traduction *abc* de l'IR « final »

Il est important de souligner que le barème de l'IR ne s'applique pas directement au revenu perçu par les ménages : de nombreuses étapes interviennent

Table 2. On calcule ici c selon différentes méthodes pour approximer le barème de l'IR 2021, avec $a = 45\%$ et $b = 840\text{ €}$ (voir l'Encadré 4).

	(1)	(2)	(3)	(4)
Valeur mensuelle de c (€)	4662	4809	4589	4828
Écart maximum de taux effectif avec l'IR actuel (p.p.)	1,9	1,7	2,0	1,8
Pourcentage de la recette brute actuelle (%)	102,1	100,2	103,1	100,0

- (1) Méthode du « contribuable médian ».
- (2) Minimisation de l'écart maximum de taux effectif.
- (3) Maintien d'une recette fictive (le barème est directement appliqué à la distribution des revenus déclarés).
- (4) Maintien d'une recette « brute » (le mode de calcul du revenu imposable est pris en compte, mis à part le quotient familial et les niches).

en amont dans la définition de l'assiette à laquelle le barème s'applique (dorénavant nommée « revenu imposable »), ou corrigent en aval l'impôt calculé. Dans notre cadre, cela implique que les paramètres *abc* subissent des distorsions : comme nous le montrons ci-dessous, les a , b , c qui permettent de reproduire le système d'imposition tel qu'il s'applique effectivement au revenu déclaré par les ménages diffèrent fortement des a , b , c du barème que nous venons d'identifier. Nous prenons ici en compte quatre dispositifs fiscaux en sus du barème de l'IR : les abattements, la décote, le Prélèvement Forfaitaire Unique (PFU) et la Contribution exceptionnelle sur les hauts revenus (CEHR). Il s'agit des principaux mécanismes intervenant en plus du barème dans le calcul de l'IR et qui ne dépendent que du revenu ou de sa composition. Nous laissons donc de côté le quotient familial ou encore les diverses niches fiscales qui engendrent des situations particulières encore plus complexes que celles que nous allons étudier.

Abattements, PFU, décote et CEHR

Tout d'abord, les **abattements** (cf. Glossaire) font que le barème s'applique à un revenu imposable qui n'est qu'une fraction du revenu déclaré : par exemple, étant donné l'abattement de 10 % sur les revenus du travail, seuls 90 % de ces revenus sont imposés (sous réserve que la plafond de l'abattement ne soit pas atteint). Cela revient à diminuer le taux d'imposition de 10 % si on veut l'appliquer au revenu déclaré à l'administration fiscale, et non au strict revenu imposable.

De manière générale, les abattements varient selon le type du revenu, de telle sorte que le calcul du revenu imposable dépend de la composition du revenu déclaré (traitements et salaires, revenus de capitaux mobiliers, revenus fonciers, bénéfices in-

dustriels et commerciaux, etc.). Or **la composition du revenu varie fortement avec le revenu** : si le revenu des 90 % des Français les moins riches provient essentiellement du travail, la part des revenus du capital augmente ensuite très fortement avec le revenu, de telle sorte que 80 % des revenus des 0,01 % les plus riches (le « 1 % du 1 % ») proviennent des actifs financiers [12]. Une imposition moindre de ce type de revenus par le biais de l'abattement de 40 % non plafonné sur les revenus du capital mobilier déforme donc nécessairement le barème initial à l'avantage des plus riches. La possibilité introduite en 2018 de sortir les revenus du capital du barème progressif pour les imposer au **Prélèvement Forfaitaire Unique (PFU)** — *flat tax* de 12,8 % — accentue encore cette disparité¹⁶ [13].

Par ailleurs, la **décote** a été conçue en 2013 pour diminuer l'imposition des contribuables aux revenus les plus bas. Elle augmente le revenu imposable minimal, tout en induisant une augmentation du taux marginal dans la première tranche¹⁷. Enfin, à l'autre bout du spectre des revenus, on peut considérer la Contribution exceptionnelle sur les hauts revenus (**CEHR**) comme une extension de l'IR. Elle revient à peu de chose près à ajouter deux tranches sur les très hauts revenus, à 48 et 49 %.

Les *a*, *b*, *c* de l'IR « final »

L'influence des abattements, du PFU, de la décote et de la CEHR sur l'impôt effectivement payé nous invite à recalculer les *a*, *b*, *c* s'approchant le plus de l'impôt actuel en appliquant cette fois l'impôt *abc* directement au revenu déclaré par les contribuables, et non au revenu imposable tel qu'il est actuellement défini. Les taux d'imposition obtenus peuvent ainsi être qualifiés de taux « finaux » de l'impôt sur le revenu des personnes. Comme précédemment, nous utilisons l'impôt *abc* comme outil descriptif de l'impôt actuel.

Le résultat est présenté en **Figure 3**, pour un contribuable célibataire sans enfants et ne bénéficiant pas de niches fiscales. L'impôt *abc* obtenu en courbe orange correspond à l'impôt s'approchant le plus de l'IR actuel (en courbe bleue) du point de vue d'un contribuable « moyen », c'est-à-dire dont les revenus se décomposent entre revenus du travail, du

capital mobilier, du capital immobilier et mixtes, selon les proportions moyennes observées en France au même niveau de revenu, en appliquant directement le taux *abc* au revenu déclaré à l'administration fiscale. Ce sont donc les paramètres qu'il faudrait appliquer si l'on souhaitait supprimer les abattements, la décote, le PFU et la CEHR et néanmoins retrouver la courbe d'imposition effective finale actuelle. Sachant que deux contribuables de même revenu peuvent avoir des sources de revenu très différentes, on calcule aussi les bornes supérieure et inférieure de l'impôt actuel, respectivement le cas d'un individu tirant tous ses revenus de son travail (courbe rouge) et le cas d'un individu vivant uniquement de ses dividendes (courbe verte), ainsi que leurs traductions *abc*, présentées dans le tableau.

Ce dernier suggère des *a*, *b*, *c* bien différents de ceux précédemment obtenus pour approcher le barème. Notamment, les abattements et la décote décrits plus haut augmentent *b*, le faisant remonter à 1.385 € pour un individu n'ayant que les revenus de son travail, et 1.421 € pour un individu avec la décomposition de revenus moyenne de son quantile. Cela signifie qu'en moyenne, en France, on commence à payer l'IR autour de 1.400 € de revenu mensuel déclaré. Par ailleurs, **le *a* final moyen est beaucoup plus faible que le taux d'imposition maximal du barème, du fait de la moindre imposition des revenus du capital mobilier : 21 % au lieu de 49 %**, en tenant compte de la CEHR. 49 % est en fait le taux d'imposition maximal d'un contribuable qui n'aurait que les revenus de son travail, ce qui en pratique n'est pas le cas des très riches.

Enfin, **le *c* de l'IR moyen devient très faible avec le PFU (*c* = 685 €)**, si bien que l'IR moyen actuel s'approche d'un impôt *abc* défini par *c* = 0 et équivalent à un impôt à deux tranches de taux marginal : comme on peut le voir en Figure 3, la courbe orange de taux marginal stagne dans la zone imposable.

Conclusion : un impôt délibératif ?

Il convient de rappeler le fait que l'impôt *abc* n'est qu'une formule de barème et ne peut donc pas à lui seul résoudre tous les problèmes de notre système fiscal, comme les niches, le débat sur l'individualisation de l'impôt, etc. Cependant, les vertus du barème *abc* en font un outil utile à toute réforme fiscale. En effet, dans un pays démocratique, **tout le monde doit pouvoir prendre part au débat sur les montants et la répartition désirables de l'impôt**. La Déclaration des droits de l'homme et du citoyen de 1789 est claire sur ce point, en particulier lorsqu'elle établit le droit « de consentir librement [à la nécessité de la contribution publique], d'en suivre l'emploi, et d'en dé-

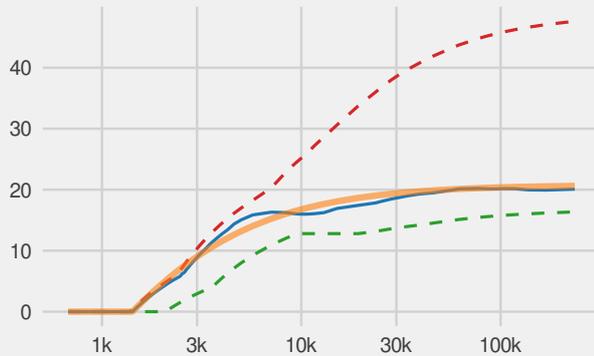
16. Le taux du PFU dans son ensemble — « forfaitaire », au sens où il n'y a qu'une seule tranche — est de 30 %, incluant 12,8 % au titre de l'impôt sur le revenu et 17,2 % au titre des prélèvements sociaux, qui sont l'équivalent pour le capital des cotisations sociales sur le travail.

17. Les contribuables concernés voient en effet leur IR amputé de 45,25 % de sa différence avec une somme forfaitaire, ce qui revient à multiplier par 1,4525 le taux marginal dans une région des revenus qui coïncide avec la première tranche.

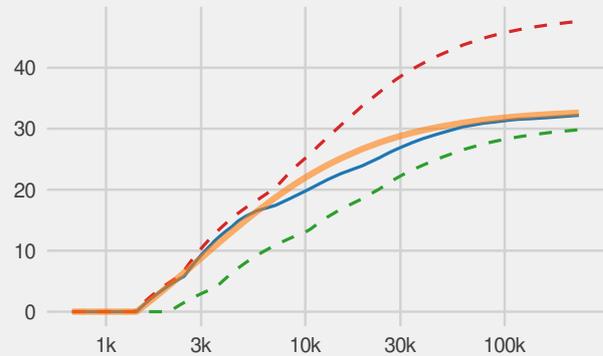
Le taux d'imposition final de l'impôt sur le revenu en 2021

taux d'imposition (%) en fonction du revenu mensuel (€) en prenant en compte décote, abattements et CEHR

Taux effectif



Taux effectif en l'absence du PFU



Taux marginal



Taux marginal en l'absence du PFU



— IR+CEHR moyen — Impôt abc le plus proche — IR+CEHR sur les revenus du travail — IR+CEHR sur les dividendes

Traductions abc de l'IR+CEHR

Composition du revenu	approchant l'impôt de 2021			en supposant l'absence du PFU		
	a (%)	b (€)	c (€)	a (%)	b (€)	c (€)
Composition moyenne à chaque revenu	21	1421	685	33	1421	2911
Revenus du travail uniquement	49	1385	5268	49	1385	5268
Dividendes uniquement	17	2078	1715	31	2078	7132

Figure 3. Les graphiques de gauche présentent les taux d'imposition sur le revenu de 2021 déclaré par un contribuable célibataire sans enfants ni niches fiscales, en additionnant IR et CEHR, et les graphiques de droite montrent ce qu'il en aurait été si le PFU n'avait pas été mis en place. L'impôt « moyen » en courbe bleue est celui d'un contribuable dont les revenus se décomposent entre revenus du travail, du capital mobilier, du capital immobilier et mixstes, selon les proportions moyennes au même niveau de revenu – par exemple, les individus situés au troisième quartile de revenu (les plus riches des 75 % les plus pauvres) gagnaient en moyenne 85 % de revenus du travail, 7 % de revenus fonciers, 5 % de revenus financiers et 3 % de revenus mixtes en 2012 [12]. Les courbes rouge et verte présentent respectivement le cas d'un individu ne touchant ou bien que des revenus du travail, ou bien que des dividendes. *c* est calculé de telle sorte à maintenir une recette fiscale « brute » (sans prendre en compte le quotient familial ni les niches).

terminer la quotité, l'assiette, le recouvrement et la durée » (article 14). En déterminant le taux d'imposition uniquement à partir de trois grandeurs, l'impôt abc contribue à rendre possible le fait que la fiscalité concrète fasse l'objet d'une délibération publique. Il existe déjà des propositions de réformes de l'impôt sur le revenu fondées sur un authentique choix démocratique, à partir d'enquêtes visant à estimer les préférences des citoyens en matière de redistribution

[14]. Par sa simplicité qui le rend accessible au plus grand nombre, l'impôt abc peut parfaitement s'inscrire dans ce type de démarche. À titre d'exemple, nous avons ainsi développé un simulateur permettant à chacun de reproduire les deux applications d'abc à l'impôt sur le revenu effectuées dans la note, puis de faire varier *a*, *b* et *c* à sa guise – ce qui revient à simuler des réformes simples de l'impôt sur le revenu, avec toutes les limites qu'elles peuvent bien

sûr avoir.

Soulignons enfin que les possibilités délibératives de l'impôt *abc* dépendent fortement de la force simplificatrice et unificatrice de la réforme à laquelle il serait intégré. Par exemple, dans le cas de l'impôt sur le revenu français étudié précédemment, il devient beaucoup plus difficile de discuter les paramètres de manière intelligible si le taux d'imposition *abc* ne s'applique pas directement au revenu déclaré par les contribuables mais vient simplement remplacer le barème statutaire actuel.

Glossaire

Abattement Dans le système français actuel, un abattement sur un type de revenu donné est une fraction de ce revenu considérée comme non imposable, et donc déduite de l'assiette (ce qui réduit l'impôt). Cette déduction peut être forfaitaire ou proportionnelle, et éventuellement plafonnée.

IR final moyen On appelle ici IR final moyen l'IR calculé après déduction des abattements, mais avant prise en compte du nombre de parts et des niches fiscales, et auquel on ajoute la CEHR, le tout pour un contribuable dont les revenus se décomposent entre revenus du travail, revenus mixtes, revenus du capital mobilier et revenus fonciers dans des proportions égales aux proportions moyennes des contribuables de revenu égal.

Progressivité faible Un impôt est progressif au sens « faible » lorsque le taux effectif d'imposition augmente avec le revenu.

Progressivité forte Un impôt est progressif au sens « fort » lorsque le taux marginal d'imposition augmente avec le revenu. Tout impôt progressif au sens fort est aussi progressif au sens faible.

Revenu imposable Dans le système actuel, le revenu imposable est obtenu en déduisant du revenu déclaré au fisc les différents abattements, ainsi que certaines charges. Divisé par le nombre de parts du foyer fiscal, il donne le quotient familial auquel s'applique le barème.

Taux effectif d'imposition Également appelé taux moyen d'imposition, il correspond à la part du revenu payée en impôts.

Taux marginal d'imposition Le taux marginal d'imposition est la part du dernier euro gagné acquittée en impôt.

Références

- [1] Charles A.M. de Bartolome. “Which tax rate do people use : Average or marginal?” *Journal of Public Economics* 56.1 (1995), p. 79–96.
- [2] Michael Gideon. “Do Individuals Perceive Income Tax Rates Correctly?” *Public Finance Review* 45.1 (2017), p. 97–117.
- [3] “Loi n° 2020-1721 du 29 décembre 2020 de finances pour 2021” ([Légifrance](#)).
- [4] Jacob A Mortenson et Andrew Whitten. “Bunching to maximize tax credits : Evidence from kinks in the US Tax Schedule”. *American economic journal : Economic policy* 12.3 (2020), p. 402–32.
- [5] Gustav Cassel. “The Theory of Progressive Taxation”. *The Economic Journal* 11 (1901), p. 481–491.
- [6] Gaël Giraud et Éric Levieil. “[Impôt : comment éclairer les termes du débat](#)”. *Le Monde* (fév. 2019).
- [7] François-Xavier Martin. “[Calcul de l'impôt sur le revenu : sortir du royaume d'Ubu](#)”. *La Jaune et la Rouge* 746 (juin 2019), p. 82–83.
- [8] John Stuart Mill. *Principles Of Political Economy*. (V,1,§2), 1848.
- [9] Paul A. Samuelson. *Foundations of economic analysis*. 6^e éd. Oxford University Press, 1947.
- [10] Efe A. Ok. “On the principle of equal sacrifice in income taxation”. *Journal of Public Economics* 58.3 (1995), p. 453–467.
- [11] Direction de l'information légale et administrative. [Qu'est-ce que l'impôt sur le revenu ?](#)
- [12] Bertrand Garbinti, Jonathan Goupille-Lebret et Thomas Piketty. “Income inequality in France, 1900–2014 : Evidence from Distributional National Accounts (DINA)”. *Journal of Public Economics* 162 (2018), p. 63–77.
- [13] Mahdi Ben Jelloul et al. “[Budget 2019 : quels effets pour les ménages ?](#)” *Note de l'Institut des politiques publiques (IPP)* 37 (2019).
- [14] Adrien Fabre. “French Favored Redistributions Derived from Surveys : A Political Assessment of Optimal Tax Theory”. *Working paper* (2019).
- [15] Banque de France. [Projections macroéconomiques, France](#). décembre 2020.
- [16] Thomas Blanchet, Juliette Fournier et Thomas Piketty. “Generalized Pareto Curves : Theory and Application”. *WID.world Working Paper Series* 3 (2017).

Le **simulateur d'impôt abc** est disponible à l'adresse <http://146.59.226.237:3838/>.

Annexe

Méthodologie empirique

On utilise les distribution des revenus fiscaux français de Garbinti, Goupille et Piketty [12], disponibles sur le [site](#) du *World Inequality Database*. Le revenu fiscal (code *afiinc992j*), appelé ci-dessus revenu déclaré pour éviter la confusion avec le revenu imposable, est défini comme la somme des revenus portés sur la déclaration d'impôt, avant toute déduction : salaires, dividendes, etc. La précision est de l'ordre du centile pour les 99 premiers centiles, puis respectivement du dixième, centième et millième de centile pour les 1 %, 0,1 % et 0,01% les plus riches. Les données sont disponibles jusqu'en 2014. En l'absence de davantage de données disponibles au moment de l'écriture de cette note, on multiplie les revenus de 2014 par le taux de croissance du PIB réel de 2014 à 2021 pour obtenir une approximation de la distribution des revenus de 2021. Les revenus, originellement en euros constants 2019, sont augmentés de l'inflation de 2020 et 2021 afin de pouvoir appliquer directement le barème de l'impôt sur le revenu de 2021. Pour les années 2020 et 2021, on utilise les projections de croissance et d'inflation de la Banque de France [15]. Soulignons que l'imprécision de cette approximation n'est pas déterminante pour la forme de la courbe obtenue à partir du calcul du *c* qui maintient la recette (courbes oranges des Figures 2 et 3). On utilise la dernière décomposition des revenus par quantile disponible dans les données du WID (2012), interpolée à tous les quantiles en appliquant avec le paquet [gpinter](#) la méthode des courbes de Pareto généralisées [16] aux distributions induites des revenus mobiliers et du travail, puis en départageant le revenu restant de manière à conserver les ratios (revenu mixte/revenu foncier) initiaux.

On calcule un impôt individuel, le revenu étant individualisé sous l'hypothèse de partage égal entre les adultes du foyer, ce qui correspond au mode de calcul actuel de l'impôt sur le revenu *via* le quotient conjugal. Le revenu imposable, défini comme l'assiette calculée par l'administration fiscale à laquelle s'applique le barème actuel, est calculé selon l'approximation suivante : en appliquant l'abattement plafonné de 10 % sur les revenus du travail, parmi lesquels on compte les revenus mixtes, un abattement de 30 % sur les revenus fonciers, et un abattement de 40 % sur les revenus du capital mobilier en l'absence de PFU. Quand l'IR est calculé avec le PFU, on suppose que le contribuable arbitre en faveur de l'impôt le plus faible pour choisir entre PFU et imposition au barème. On utilise le barème individuel pour la CEHR ; sachant qu'elle n'a pas pour assiette le revenu imposable mais le revenu fiscal de référence, on approxime ce dernier en déduisant du revenu déclaré l'abattement sur les revenus du travail. On ne prend pas en compte le quotient familial ni les niches fiscales, les approximations *abc* étant ainsi calculées sur la base d'une recette « brute » – elles ne donneraient pas nécessairement la même recette nette que l'IR actuel. Le *a* de l'IR moyen est calculé en supposant que les revenus du contribuable fictif infiniment riche se décomposent de la même manière que ceux des 0,001 % les plus riches.

Les graphiques ont été réalisés à l'aide du logiciel [R](#) et des paquets [tidyverse](#), [ggthemes](#) et [ggpubr](#).

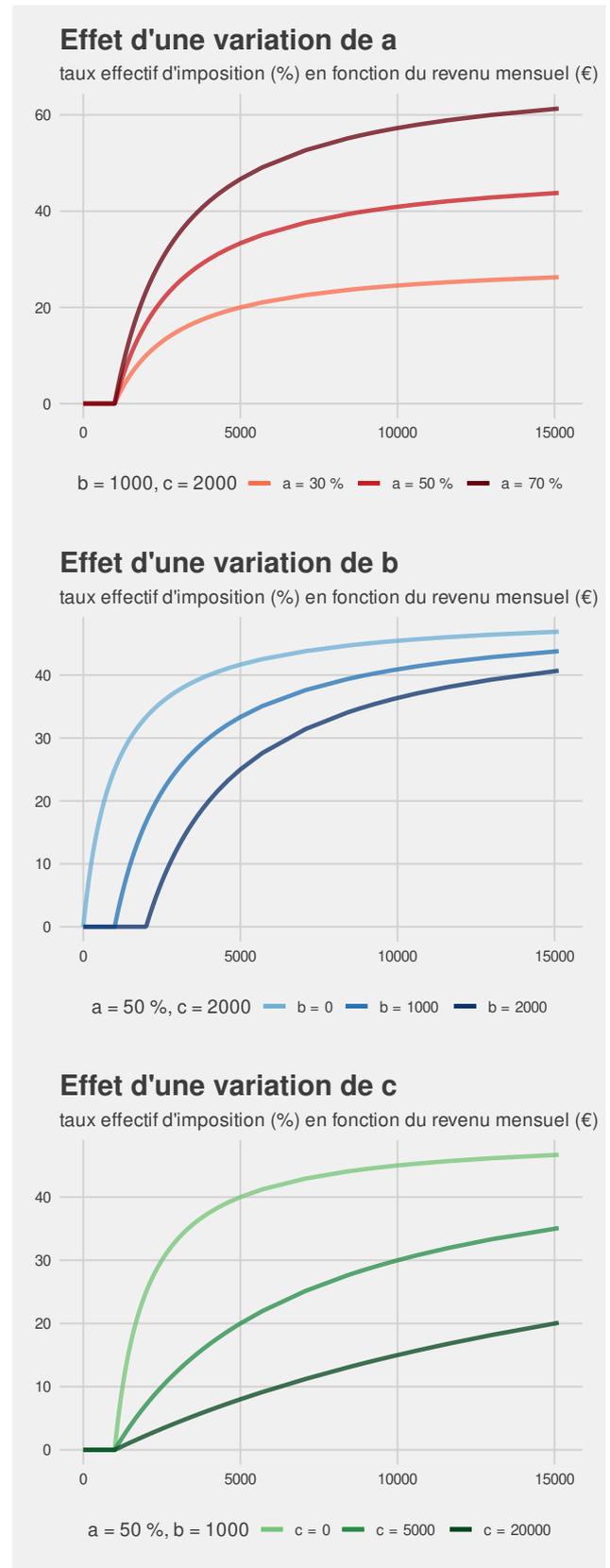


Figure A1. Cette figure reprend les courbes *abc* de la Figure 1, avec la même abscisse linéaire pour les trois paramètres. Il s'agit de quelques exemples de la manière dont chaque paramètre fait varier le taux d'imposition en fonction de l'assiette fiscale, en maintenant à chaque fois les deux autres paramètres constants.

Détails mathématiques

Les impératifs du bon impôt requièrent que le taux effectif et le taux marginal soient des fonctions continues croissantes du revenu imposé (conditions (2) et (3)). Or le taux marginal est par définition la dérivée de l'impôt par rapport au revenu :

$$t_m(r) = \frac{dt(r)r}{dr} = t'(r)r + t(r).$$

On remarque au passage que pour un impôt « progressif faible » (exhibant $t'(r) \geq 0$), le taux marginal est toujours supérieur au taux effectif. Surtout, les conditions précédentes peuvent être reformulées uniquement en termes de taux effectif (condition (1)) : elles reviennent ainsi à dire que ce dernier doit être une fonction continûment dérivable croissante du revenu, et telle que, croissance de t_m oblige,

$$(\forall r \in \mathbb{R}_+) \quad t''(r)r + 2t'(r) \geq 0.$$

Le taux effectif abc donné par la fraction rationnelle

$$t(r) = \frac{a(r-b)}{r+c} \quad (a \in]0, 100], (b, c) \in \mathbb{R}_+^2)$$

est bien une fonction continûment dérivable sur \mathbb{R}_+ , et telle que

$$t''(r)r + 2t'(r) = \frac{2ac(b+c)}{(r+c)^3} \geq 0.$$

Plus précisément, le taux marginal abc vaut

$$t_m(r) = \frac{dt(r)r}{dr} = a \frac{r^2 + 2rc - bc}{r^2 + 2rc + c^2}.$$

Cette formule permet de s'assurer que l'impôt abc a bien un taux marginal inférieur à 100 % pour les valeurs pertinentes des paramètres (en effet $t_m(r) \leq a \leq 100$) et que le taux marginal maximal est bien égal au taux effectif maximal, puisque $t_m(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} a$.

On voit également que la variante « standard », sans impôt négatif, définie par $t(r) = t_m(r) = 0$ pour $r \leq b$, donne au taux marginal un unique point de discontinuité en b :

$$t_m(r) \xrightarrow{r \rightarrow b^+} \frac{a(b^2 + bc)}{b^2 + 2bc + c^2} > 0.$$

Par ailleurs, le revenu après impôt vaut

$$r_d(r) = \frac{(1-a)r^2 + (ab+c)r}{r+c}.$$

Ainsi, fixer $a = 100$ % conduit à plafonner le revenu après impôt à $b+c$, puisque dans ce cas $r_d(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} b+c$.

Il est possible de considérer à la place de c l'unique revenu imposé à la moitié du taux maximal, noté \tilde{r} :

$$t(\tilde{r}) = a \frac{\tilde{r}-b}{\tilde{r}+c} = \frac{a}{2} \iff \tilde{r} = c + 2b.$$

La formule du taux effectif se réécrit alors comme suit :

$$t(r) = a \frac{r-b}{r+\tilde{r}-2b}.$$

Maintenant, quel est l'effet des paramètres sur la progressivité de l'impôt ? La progressivité est mesurée localement par

$$\pi(r) \equiv t'_m(r) = \frac{2a(b+c)c}{(r+c)^3}.$$

Les paramètres a et b augmentent donc tous les deux la progressivité partout. Et c ?

$$\frac{\delta\pi}{\delta c} = \frac{2a}{(r+c)^4} ((b+2c)r - 2bc - c^2)$$

Augmenter c augmente (diminue) donc la progressivité de l'impôt au-delà (en dessous) d'un revenu égal à

$$\frac{2bc + c^2}{b + 2c}.$$

Par exemple, avec les paramètres implicites du barème de l'IR actuel ($a = 0.45$, $b = 840$, $c = 4809$), ce revenu (mensuel net imposable) vaut 2.984 €..

On s'assure facilement de l'existence et de l'unicité de c pour une recette donnée. Soit une population de N contribuables de revenu moyen \bar{r} . Une recette T est faisable ssi $0 < T \leq Na(\bar{r}-b)$. Pour tous $(a, b) \in [0, 1] \times \mathbb{R}_+$ et toute recette faisable T , le théorème des valeurs intermédiaires appliqué à une fonction strictement monotone indique qu'il existe un unique $c \in \mathbb{R}_+$ permettant d'atteindre T .

Pour approximer une courbe de taux effectif τ existante avec un impôt abc , on peut aussi calculer c en minimisant la statistique de Kolmogorov-Smirnov :

$$c \equiv \operatorname{argmin}_{c \in \mathbb{R}_+} \sup_{r \in \mathbb{R}_+} |t(r) - \tau(r)|.$$